Инфляция с отскоком в модиицированных теорих гравитации

Студентка: Еваровская Злата Вадимовна
Научный руководитель: Алексеев Станислав Олегович

Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова
Кафедра физики частиц и космологии

29.05.2024

Содержание

Введение

Введение

Большой Взрыв

- согласуется с общей теорией относительности
- связана с наблюдаемым расширением Хаббла

- причинно-следственная связь
- проблема горизонта
- проблема плоскостности

Введение

Инфляция

- изотропность
- однородность
- горизонт
- плоскостность

Однако есть проблемы

- начальная сингулярность

Введение

Отскок

- решает проблему сингулярности

Однако есть проблемы

- анизотропия
- призрачные степени свободоты
- градиентная неустойчивость

Введение

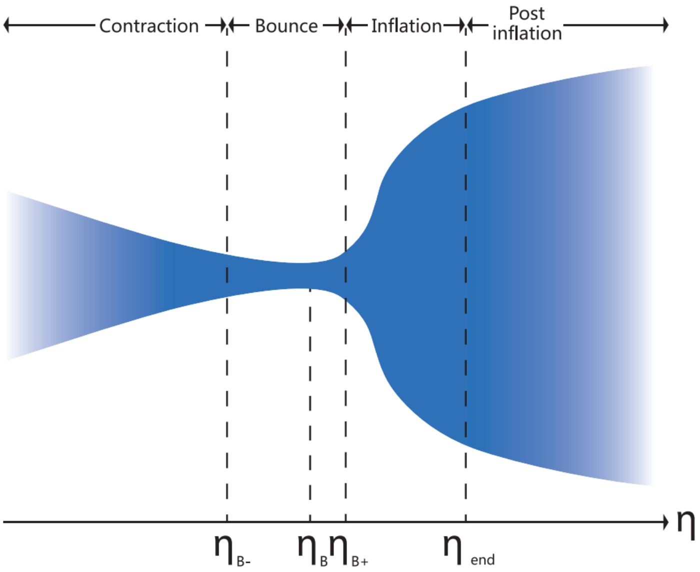
Причины для рассмотрения теорий с отскоком и инфляцией

Есть возможность обойти проблемы моделей используя сильные стороны каждого подхода

Цель данной работы:

Продемонстрировать, как в модифицированных теориях гравитации реализуются фазы отскока и инфляции

Введение



Contraction
Bounce
Inflation
Post inflation
η
η B-
η B
η B+
η end

Петлевая квантовая космология (LQC)

Петлевая квантовая гравитация (LQG)

Разложение Арновита-Дезера-Мизнера

$$ds^2 = -N^2 dt^2 + q_{ab}(dx^a + N^a dt)(dx^b + N^b dt)$$

Действие в ОТО:

$$S = \frac{1}{2\kappa}\int \sqrt{-g} R \, d^4x.$$

- N - функция ошибок (lapse function), N^a - вектор сдвига (shift vector).
- $g = g^{00} = \frac{1}{N^2}$ и $g^{0i} = \frac{N^i}{N^2}$.
- $\kappa = 8\pi G$.

Петлевая квантовая гравитация (LQG)

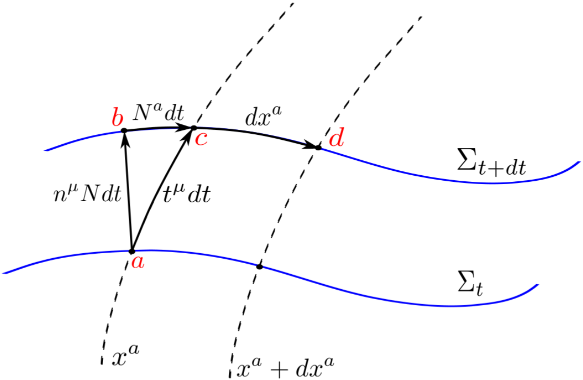


Рис.: Графическая интерпретация функции ошибок N и вектора сдвига N^a.

Петлевая квантовая гравитация (LQG)

Вводятся триады плотности (densitized triads) E_i^a:

$$det(q)q^{ab} = E_i^a E_j^b \delta^{ij}$$

Вводятся $SU(2)$ матрицы A_a^i, связанные со спиновыми коэффициентами Γ_a^i:

$$A_a^i = \Gamma_a^i + \gamma K_a^i$$

γ — свободный параметр (Barbero-Immirzi)

Петлевая квантовая космология (LQC)

Благодаря симметриям переменные Аштекера могут быть выбраны диагональными и записаны как:

$$A_a^i = c\delta_a^i, \quad E_i^a = p\delta_i^a,$$

Где $p = a^2$ – масштабный фактор, $c \sim \partial_t a$ – параметр Хаббла

Через уравнения эволюции $\dot{p} = \{p, H\}$, можно легко восстановить, на классическом уровне, уравнение Фридмана:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho. \tag{1}$$

Петлевая квантовая космология (LQC)

Заменой $c \to \sin(\mu c)/\mu$ классический гамильтониан переходит в LQG гамильтониан:

$$\partial_t p = \{p, H_{\text{eff}}\} \Rightarrow H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho\left(1 - \frac{\rho}{\rho_c}\right)$$

При $\rho = \rho_c$ вместо Большого взрыва возможен отскок. Где:

$$\rho_c = \frac{\sqrt{3}}{16\pi^2\gamma^3} m_{\text{Pl}}^4 \approx 0.82 m_{\text{Pl}}^4,$$

где значение $\gamma \approx 0.239$ получено из расчета энтропии черных дыр

Теория с инфляцией

Уравнение, управляющее эволюцией скалярного поля:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0$$

Условия для начала инфляции и ее достаточно продолжительного протекания:

$$\epsilon := \frac{(\dot{\phi})^2}{(\dot{\phi})^2 + 2V(\phi)} \ll 1 \quad \text{и} \quad \eta := \frac{-\ddot{\phi}}{3H\dot{\phi}} \ll 1.$$

Аналогия с массивным маятником:

- первое условие означает, что маятник далёк от своего равновесия
- второе условие предназначено для того, чтобы предотвратить быстрое скатывание

Теория с инфляцией

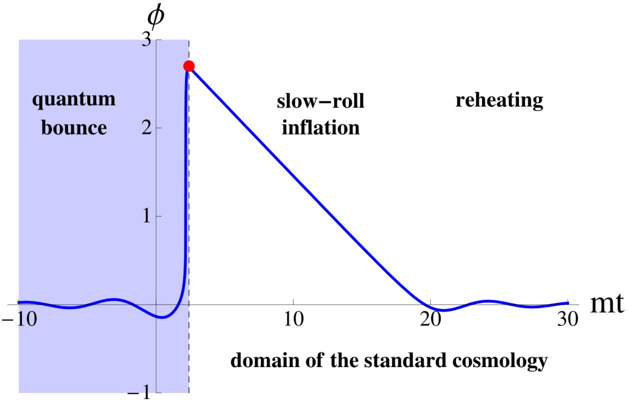


Рис.: Эволюция типа "акулий плавник"для скалярного поля при $m = 10^{-3} m_{\mathrm{Pl}}$. Красная точка представляет точку, где обычно задаются начальные условия в классической космологии. Изображение для $V(\phi) = m^2\phi^2/2$

Петлевая квантовая космология Бранса-Дикке (LQC BD)

Петлевая квантовая космология Бранса-Дикке

Метрика для пространственно-плоской Вселенной Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера (FLRW):

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dx^i dx_i,$$

Действие четырёхмерной теории Бранса-Дике (BD):

$$S_J = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{M_{Pl}}{2}\phi R + \frac{M_{Pl}}{\phi}\omega_{BD}X - V(\phi)\right],$$

- ϕ - это скалярное поле Бранса-Дике (BD)
- ω_{BD} - это параметр Бранса-Дике, который является безразмерной константой
- $X \equiv -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}(\partial_\mu\phi)(\partial_\nu\phi)$.

Петлевая квантовая космология Бранса-Дикке

Динамика Вселенной может быть получена из действия выше и описывается модифицированными уравнениями Фридмана и Клейна-Гордона, а именно:

$$3M_{Pl}^2\left(H+\frac{\dot{\phi}}{2\phi}\right)^2=\frac{M_{Pl}^2\rho_\phi}{\phi^2},$$

$$\ddot{\phi}+3H\dot{\phi}+\frac{2}{\beta M_{Pl}}\left(\phi V_\phi(\phi)-2V(\phi)\right)=0.$$

- $\beta\equiv 2\omega_{BD}+3$
- $\rho_\phi\equiv\frac{\beta}{4}\dot{\phi}^2+\phi V(\phi)/M_{Pl}$ является эффективной плотностью энергии скалярного поля Бранса-Дике

Петлевая квантовая космология Бранса-Дикке

В петлевой квантовой космологии Бранса-Дикке эти уравния принимают вид:

$$\left(H + \frac{\dot{\phi}}{2\phi}\right)^2 = \left(\frac{1}{\phi}\sqrt{\frac{\rho_\phi}{3}}\sqrt{1 - \frac{\rho_\phi}{\rho_c}} + \frac{\dot{\phi}}{2\phi}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\rho_\phi}{\rho_c}}\right)\right)^2,$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{2}{\beta M_{Pl}}\phi V_\phi + \frac{2}{\beta M_{Pl}}V(\phi)\left(1 - 3\sqrt{1 - \frac{\rho_\phi}{\rho_c}}\right) = 0.$$

Очевидно, что эффективная плотность энергии поля BD ρ_ϕ теперь имеет максимальное значение ρ_c. Когда ρ_ϕ приближается к этому максимальному значению, параметр Хаббла H приближается к нулю, что подразумевает квантовый отскок. Когда $\rho_\phi \ll \rho_c$, приведенные выше уравнения сводятся к классической версии в классической теории BD.

Петлевая квантовая космология Бранса-Дикке

В теории Бранса-Дике с потенциалом у нас есть три параметра медленного скатывания:

$$\epsilon_1 = -\frac{\dot{H}}{H^2}, \quad \epsilon_2 = \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}}, \quad \epsilon_3 = \frac{\dot{\phi}}{2H\phi}.$$

Инфляция медленного скатывания начинается, когда $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3 \ll 1$, и прекращается, если любой из них становится равным 1.

$f(R, \varphi)$ теория

$f(R, \varphi)$ теория

Рассматриваем положительно искривленную Вселенную Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера (FLRW), для которой метрика:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\phi^2 \right) \right],$$

где $K > 0$. Эта теория является расширением модели R^2 Старобинского с дополнительным скалярным полем, неминимально связанного с гравитацией. Действие имеет вид:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} \left(M_{\mathrm{Pl}}^2 - \alpha\phi^2 \right) R + \frac{1}{2} A R^2 - \frac{1}{2} (\nabla\phi)^2 - V(\phi) \right].$$

Здесь α и A - это константы, параметризующие связь скалярного поля с ОТО и модификацию теории Старобинского соответственно.

Преобразуем действие

Преобразуем действие выше в би-скалярно-тензорную теорию, определяя $f(\phi, R) = \frac{1}{2}\left(M_{\mathrm{Pl}}^2 - \alpha\phi^2\right) R + \frac{1}{2} A R^2$. Дополнительная скалярная степень свободы затем определяется стандартным образом, устанавливая $\psi = \partial f / \partial R \equiv f_R$. Это позволяет записать скаляр Риччи и функцию $f(R, \phi)$ в терминах двух полей как:

$$R = \frac{1}{A}\left(\psi - \frac{M_{\mathrm{Pl}}^2 - \alpha\phi^2}{2}\right),$$

$$f = \psi R - \frac{\left[\psi - \frac{1}{2}\left(M_{\mathrm{Pl}}^2 - \alpha\phi^2\right)\right]^2}{2A}.$$

Уравнения движения и уравнения Фридмана

Уравнения движения для полей ψ и ϕ имеют вид:

$$\ddot{\psi} + 3H\dot{\psi} = \frac{1}{3}\left[\frac{M_{\rm Pl}^2 - \alpha\phi^2}{2A}\left(\frac{1}{2}(M_{\rm Pl}^2 - \alpha\phi^2) - \psi\right) + (\rho - 3P)\right]$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -V_\phi - \alpha\phi R.$$

Уравнения Фридмана имеет вид:

$$H^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{\psi R - f}{6\psi} + \frac{\rho}{3\psi} - H\frac{\dot{\psi}}{\psi},$$

$$\dot{H} - \frac{K}{a^2} = \frac{H\psi}{2\psi} + \frac{\dot{\psi}}{2\psi} - \frac{(\rho + P)}{2\psi}, \qquad \dot{H} = \frac{R}{6} - 2H^2 - \frac{K}{a^2}.$$

Урсловия отскока и инфляции

Условие для отскока:

$$\epsilon_b = \frac{3}{2}\left(\frac{\rho_b + p_b}{\rho_b}\right) = \frac{3A(4K\psi_b - a_b^2\dot{\psi}_b - a_b^2 R_b\psi_b)}{2AK\psi_b + \frac{1}{6}a_b^2\left[\frac{1}{2}(M_{\mathrm{Pl}}^2 - \alpha\phi_b^2) - \psi_b\right]^2} < 1.$$

Уравнение для инфляции:

$$\epsilon_\psi = \frac{M_{\mathrm{Pl}}^2}{8\psi^2}\left(\frac{M_{\mathrm{Pl}}^2}{2} - \psi\right)^2.$$

Устанавливая $\epsilon_\psi = 1$, можно определить конец инфляции, который происходит, когда $\psi = 2M_{\mathrm{Pl}}^2$. Поэтому нужно, чтобы $\psi > 2M_{\mathrm{Pl}}^2$ в начале этого периода. Интегрируя параметр медленного скатывания, мы можем определить начальные условия инфляции для ψ.

Теория с двумя скалярными полями

Теория с двумя скалярными полями

Рассматриваем плоскую метрику FLRW:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dx^2.$$

Действие для данной теории записывается в виде:

$$S = \frac{M_{\rm Pl}^2}{2}\int d^4x\sqrt{-g}\left(R - 2L_1(\phi,\partial_\mu\phi) - 2L_2(\chi,\partial_\mu\chi)\right),$$

- $L_1(\phi,\partial_\mu\phi) = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + V_1(\phi)$
- $L_2(\chi,\partial_\mu\chi) = -\frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi + V_2(\chi).$

Уравнения движения и уравнения Фридмана

Уравнения движения для полей ψ и ϕ имеют вид:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{1,\phi} = 0, \quad \ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} - V_{2,\chi} = 0,$$

Уравнения Фридмана имеет вид:

$$3H^2 = \rho_\phi + \rho_\chi, \quad -2\dot{H} = \rho_\phi + P_\phi + \rho_\chi + P_\chi,$$

где соответствующие плотности энергии и давления задаются:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V_1(\phi), \quad P_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V_1(\phi),$$

$$\rho_\chi = -\frac{1}{2}\dot{\chi}^2 + V_2(\chi), \quad P_\chi = -\frac{1}{2}\dot{\chi}^2 - V_2(\chi).$$

Вид потенциалов

Сценарий отскока с последующей инфляцией предполагает следующие формы для $V_1(\phi)$ и $V_2(\chi)$ которые с заданными константами реализуют этот сценарий:

$$V_1(\phi) = \begin{cases} \alpha e^{-\sqrt{\beta}\phi}, & \beta \geq 6, \quad \phi \geq \phi_*, \quad \text{(Сжатие)} \\ A_s - B_s(\phi - \phi_0)^2, & \phi_* < \phi < \phi_i, \quad \text{(Отскок)} \\ \frac{3}{4} m^2 \left(1 - e^{-\sqrt{2/3}\phi}\right)^2, & \phi \leq \phi_i, \quad \text{(Медленное расширение)}, \end{cases}$$

$$V_2(\chi) = P_s \exp\left(-Q_s(\chi - \chi_0)^2\right),$$

где A_s, B_s, P_s, ϕ_*, ϕ_0, α, и Q_s вычисляемые константы

Вид потенциала $V_1(\phi)$

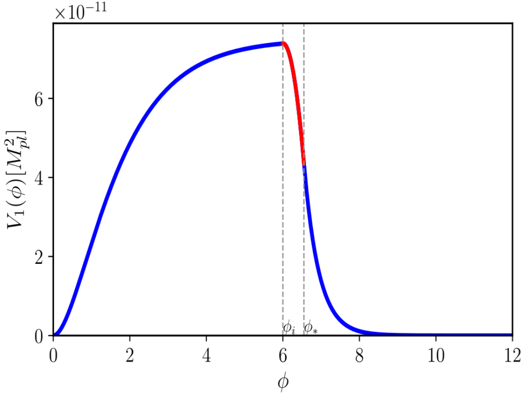


Рис.: Потенциал $V_1(\phi)$, описанный в уравнении выше для параметров $m = 10^{-5}$, $n = 7$, $\beta = 6.5$ и $\phi_i = 6$. Красная часть на вставке соответствует фазе отскока, в то время как синие части справа (слева) соответствуют фазам сжатия (расширения) соответственно.

Заключение

Заключение

Результаты работы:

В данной работе рассмотрены модели, в которых за фазой отскока следует жизнеспособная инфляционная фаза. Это включает в себя ряд преимуществ обоих методов и, следовательно, является более жизнеспособной моделью космической эволюции.

Дополнение

Здесь рассмотрены только несколько примеров теорий, где реализуется подобный сценарий. Существует еще большое множество, например такие теории, как модификации общей теории относительности или скалярные поля, неминимально связанные с гравитацией.

Спасибо за внимание!